А.В. Якушев

Вивчення теореми косинусів в шкільному курсі геометрії

м. Дружба
2010 р.

Зміст

1. Вступ

Досить часто при розв'язуванні різноманітних задач математики, і не тільки математики, доводиться застосовувати теорему косинусів. Свідоме засвоєння цієї теореми учнями є важливим аспектом навчального процесу.

В даній розробці пропонується ще один підхід вивчення теми «Теорема косинусів» в курсі геометрії 9 класу.

2. Порядок і особливості вивчення деяких тем геометрії 9кл.

Вивчення геометрії в 9 класі починається з теми «Тригонометричні функції кутів від 0^o до 180^o». При вивченні цієї теми використовується прямокутна система координат, тому, доцільно спочатку опрацювати тему «Прямокутна система координат на площині», зокрема, розглянути задачу знаходження відстані між точками (на рис. 1 представлено загальний випадок).

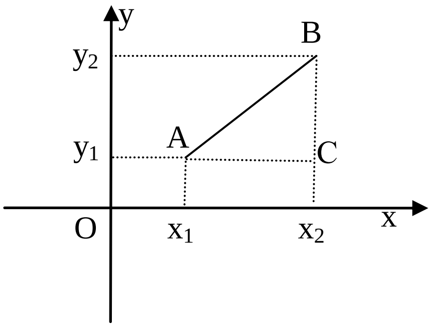

Рис. 1

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}\ .(1)$$

Схема вивчення теми «Тригонометричні функції кутів від 0^o до 180^o»:

1. Означення тригонометричних функцій (рис. 2)

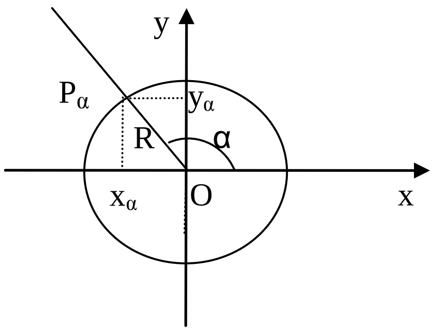

Рис. 2

$$\sin\alpha = \frac{y_\alpha}{R}; \cos\alpha = \frac{x_\alpha}{R}; tg\alpha = \frac{y_\alpha}{x_\alpha}; ctg\alpha = \frac{x_\alpha}{y_\alpha}$$

2. Незалежність значень тригонометричних функцій від радіуса R вибраного кола.
3. Основна тригонометрична тотожність

   $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (2)
4. Задача. Відрізок довжиною ***a***, один кінець якого співпадає з початком координат, а другий знаходиться в першому або другому координатному куті, утворює з додатним напрямком осі Ох кут α. Знайти координати другого кінця (рис. 3).

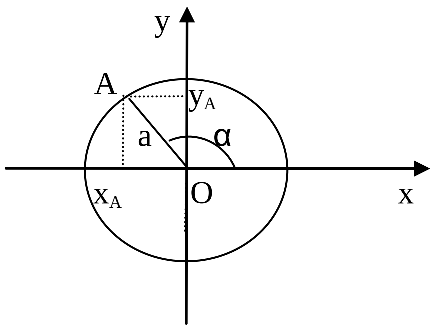

Рис. 3

Правильна відповідь $x_A = a \cdot \cos\alpha; y_A = a \cdot \sin\alpha$ (3)

На цей результат слід звернути особливу увагу учнів.

3. Доведення теореми косинусів

З будь-яким трикутником можна пов’язати прямокутну систему координат (рис. 4)

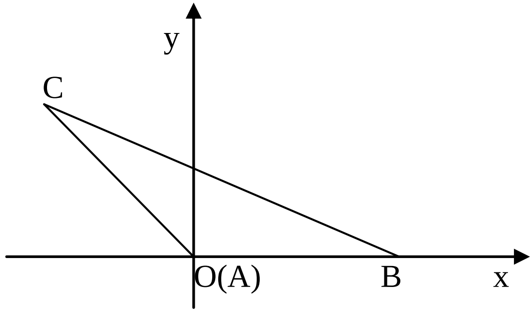

Рис. 4

В трикутнику ABC, B(*AB;0*), C(*ACcos∠A;ACsin∠A*).
Використовуючи співвідношення (1), (2), (3), отримаємо:

$$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (AC \cdot \cos\angle A - AB)^2 + (AC \cdot \sin\angle A - 0)^2 =$$

$$AC^2 \cos^2\angle A + AC^2 \sin^2\angle A + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos\angle A =$$

$$AC^2(\cos^2\angle A + \sin^2\angle A) + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos\angle A =$$

$$AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos\angle A.$$

Теорема доведена.

Література

Програма для загальноосвітніх навчальних закладів «Математика 5-12 класи» К. «Ірпінь», 2005