А.В. Якушев

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРОМ

м. Дружба
2010

Зміст

1. Вступ

При вступі до вищих навчальних закладів, де математика є профілюючим предметом, випускникам шкіл доводиться мати справу з завданнями, що містять параметри.

В загальноосвітніх школах, як правило, задачі з параметром не розглядаються, бо ця тема не входить до шкільної програми. Мета цього посібника полягає в тому, щоб в якійсь мірі допомогти здібним учням засвоїти основні методи розв'язування задач з параметрами.

В задачах, які описують різні явища, що відбуваються в природі та суспільстві , крім невідомих величин (x, y, z, …) зустрічаються величини, які називаються параметрами (a, b, c, …). Розв'язуючи задачі з параметром, значення параметрів вважають сталими величинами, і розв'язок знаходять з урахуванням того, які значення можуть приймати параметри. Отже задачі з параметром, як правило розпадаються на сукупність задач, кожній з яких відповідають певні множини значень параметрів. Кожній з цих задач відповідає множина рівнянь, нерівностей або їх систем і сукупностей. Розв'язки задачі записують, вказуючи множини значень параметрів, що відповідають кожному з цих розв'язків. Для розв'язування задач з параметром потрібні: глибоке знання змісту задачі а також знання математичного апарату, який використовується для її розв'язання.

Існують різні методи розв'язування задач з параметром: від поширених до специфічних. На деяких з таких методів ми й зупинимось.

2. Графічний метод розв'язування задач з параметром

Суть методу полягає в тому, що задачу зводять до з'ясування взаємного розташування графіків рівнянь що містять параметри по відношенню до графіків рівнянь які у своєму складі не містять параметрів. Розглянемо конкретні приклади.

Приклад 1. Скільки спільних точок мають графіки функцій $y = x^2 - 2x + 2$, $y = 2a + 1$ залежно від параметра a ?

Розв'язання. Графіком першої функції є парабола, другої - пряма яка паралельна осі x або з нею співпадає. Вершина параболи - точка (1;1). З рис.1 видно, що при $2a + 1 < 1$, тобто при $a < 0$ графіки не мають точок перетину ; при $a = 0$, єдина точка перетину ; при $a > 0$, дві точки перетину.

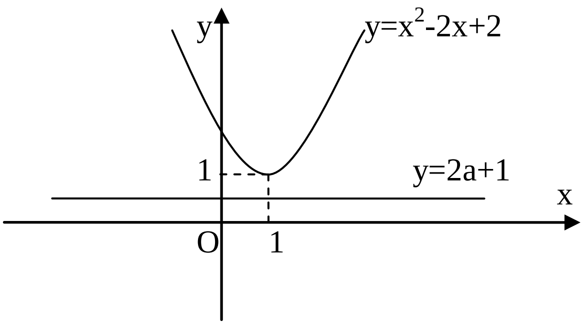

Рис. 1.

Приклад 2.Скільки спільних точок мають множини $D_1 = \{(x;y): x,y \in R, |x| + |y| = 1\}$;
$D_2 = \{(x;y): x,y \in R, |y| = |x - a|\}$.

Розв'язання. Графіком першого рівняння є квадрат, другого – дві взаємно перпендикулярні прямі, що

проходять через точку (а;0). З рис. 2 маємо: при а = -1 або а = 1 спільними для
двох множин будуть дві суміжні сторони квадрата; при -1<а<1 множини мають чотири спільні точки; при інших значеннях а множини не мають спільних точок.

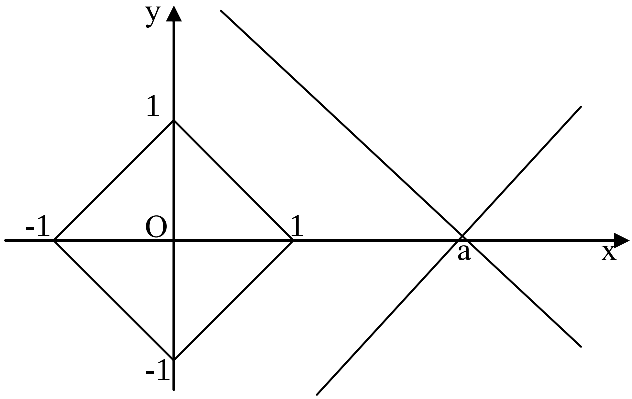

Рис. 2.

Приклад 3. Знайти всі значення параметра **а,** для яких система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a), \\ (x+y)^2 = 14. \end{cases}$$ має рівно два розв'язки.

Розв'язання. Графіком першого рівняння при а≠-1 є коло, а другого – дві паралельні прямі (рис. 3), які знаходяться на однаковій відстані від початку координат. Квадрат цієї відстані дорівнює 7. Система рівнянь буде мати два розв'язки у випадку, коли прямі дотикаються кола, тобто коли виконується умова: 2(1+а) =14 ⇔ а = 2,5.

Відповідь: а = 2,5.

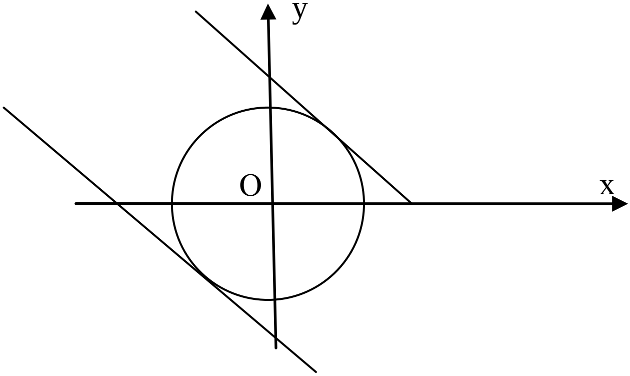

Рис. 3.

Приклад 4. При яких значеннях параметра **а**, рівняння $x^2 - 2x + |x - a| = 0$,
має лише один розв'язок ?

Розв'язання. Маємо $x^2 - 2x + |x - a| = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = -|x - a|$. Графіком функції $y = x^2 - 2x$ є парабола з вершиною в точці (1;-1), графік функції $y = -|x - a|$.являє собою дві взаємно перпендикулярні півпрямі із спільним початком в точці (a;0).
Рівняння буде мати єдиний корінь у випадку, коли ці графіки дотикаються (рис. 4).

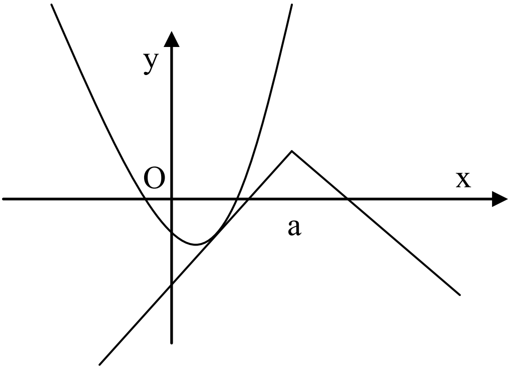

Рис. 4.

Знайдемо координати точок дотику із умови (похідна функції $y = x^2 - 2x$ дорівнює 2x-2):

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x-2=1,\\ y=x^2-2x,\end{cases}\\ \begin{cases}2x-2=-1,\\ y=x^2-2x.\end{cases}\end{array}\right.$$

Розв’язуючи цю сукупність систем отримаємо координати двох можливих точок дотику
(1,5;-0,75) та (0,5;-0,75). Тоді –0,75 = 1,5 – а або –0,75 = -(0,5-а), звідки а= 2,25 або а =-0,25.

Приклад 5. Для всіх значень параметра **а** розв’язати нерівність $x^2 – x –2 + a \geq 0$.

Розв’язання. Розглянемо взаємне розташування параболи $y = x^2 – x –2$ та прямої
$y = -a$.

Вершина параболи – точка (0,5;-2,25), отже при $–a \leq -2,25 \Leftrightarrow a \geq 2,25$ розв’язком нерівності будуть всі дійсні числа; при $a < 2,25$ множина : $(-\infty;0,5-\sqrt{2,25-a}\,) \cup (0,5+\sqrt{2,25-a};+\infty)$ (рис. 5).

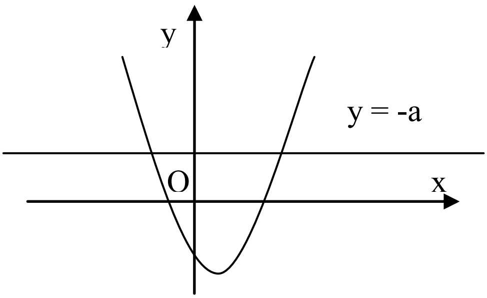

Рис. 5.

Приклад 6. Для всіх значень параметра **а** розв’язати систему нерівностей:

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 + a > 0, \\ x^2 - 4x + 3 + a < 0. \end{cases}$$

Розв’язання. Систему можна записати у вигляді подвійної нерівності $-x^2 + 2x + 3 < a < -x^2 + 4x - 3$. Розглянемо координатну площину (x;a). Множина точок, координати яких задовольняють нашій нерівності, обмежена графіками двох квадратних тричленів $a = -x^2 + 2x + 3$ і $a = -x^2 + 4x - 3$ і складається із точок, розташованих вище першого графіка і нижче другого. Графіки цих двох квадратних тричленів перетинаються в точці (3;0). На рис. 6. зображена множина цих точок. З цього ж рисунку видно, що при $a \geq 0$ система не має розв’язків .

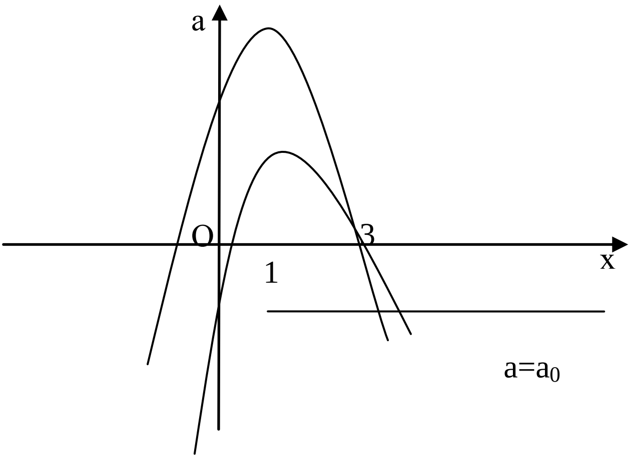

Рис. 6.

Щоб знайти розв’язки системи нерівності при деякому $a = a_0 < 0$,розглянимо горизонталь - ну пряму $a = a_0$. Ця пряма перетинає множину розв’язків системи нерівностей по відрізку. Абсциси кінців цього відрізка це більші корені рівнянь а = $-x^2 + 2x + 3$ і а = $-x^2 + 4x - 3$, які відповідно дорівнюють $1+\sqrt{4-a}$ і $2+\sqrt{4-a}$

Відповідь: якщо a<0, то $1+\sqrt{4-a} < x < 2+\sqrt{4-a}$; якщо $a \geq 0$, то розв'язків немає.

Приклад 7.При яких значеннях параметра **а** розв'язки нерівності $\sqrt{9-x^2} \geq -ax$
утворюють проміжок 3,75? Знайти цей проміжок.

Розв'язання. Розглянемо графіки функцій у = $\sqrt{9-x^2}$ та у = $-ax^2$. Графіком першої функції є півколо з центром в початку координат, другої – пряма, що проходить через початок координат. З рис. 7 видно, що розв'язком цієї нерівності буде відрізок, лівий кінець якого - є точка перетину графіків функцій, а правий – точка 3.

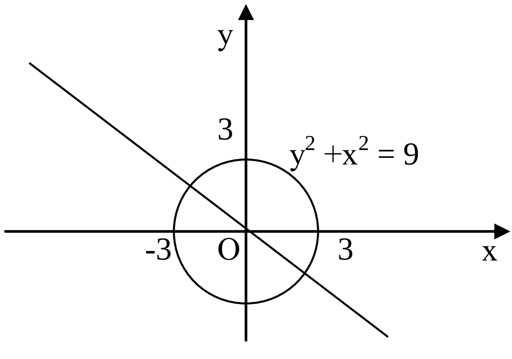

Рис. 7.

Знайдемо точку перетину графіків функцій, розв'язавши рівняння $\sqrt{9-x^2} = -ax$.

Маємо: $\sqrt{9-x^2}=-ax \Rightarrow x=-3/\sqrt{a^4+1}$. Довжина відрізка, який є розв'язком даної нерівності дорівнює

$x=3+3/\sqrt{a^4+1}$. За умовою ця довжина дорівнює 3,75, отже маємо

рівняння: $x=3+3/\sqrt{a^4+1}=3{,}75 \Leftrightarrow a=\pm\sqrt[4]{15}$

Відповідь: $a=\pm\sqrt[4]{15}, -0{,}75 \le x \le 3$.

Приклад 8. Знайти всі значення **a**, при кожному з яких система

$$\begin{cases} 1-\sqrt{|x-1|}=\sqrt{7|y|}, \\ 49y^2+x^2+4a=2x-1. \end{cases}$$

має рівно чотири різних розв'язки.

Розв'язання. Перейдемо до нових невідомих **u = x – 1, v = 7y.**

Отримаємо систему:

$$\begin{cases} \sqrt{|u|}+\sqrt{|v|}=1, \\ u^2+v^2=-4a. \end{cases}$$

Зрозуміло, що і нова система повинна мати чотири розв'язки. В координатній площині(u;v) графіком другого рівняння буде коло з центром в початку координат і радіусом $\sqrt{-4a}$. Графіком першого буде деяка крива, симетрична відносно координатних осей і бісектрис координатних кутів. Графік цього рівняння схематично зображено на рисунку 8. Оскільки коло $u^2 + v^2 = r^2$ теж симетричне відносно вище вказаних прямих, то можна зробити висновок, що якщо дана система має рівно чотири, то точки, що відповідають цим розв'язкам є вершини

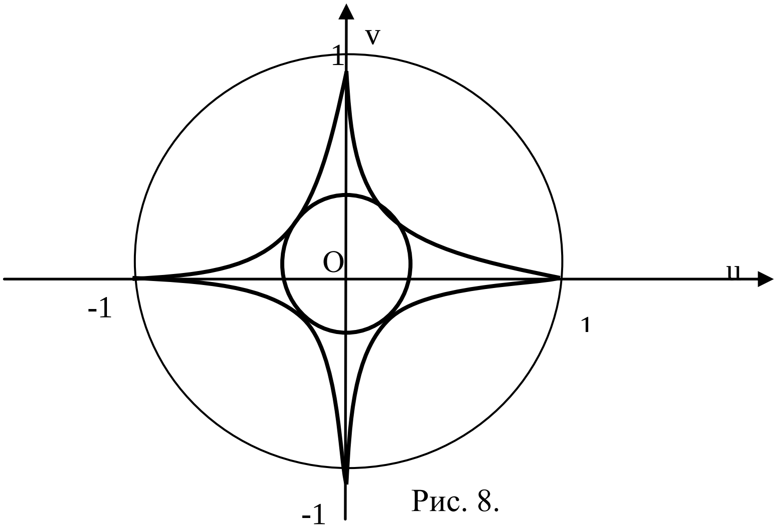

Рис. 8.

першого графіка – перший розв’язок і точки дотику кола до першого графіка – другий розв’язок.

Таким чином коло повинно проходити через точку (1/4;1/4) або через точку (1;0), звідки a= -1/4 або a=-1/32.

Відповідь: при a= -1/4 або a=-1/32.

Можна і далі розглядати приклади, в яких доцільно використовувати графічний метод для їх розв’язання, але зупинимось на деяких аналітичних методах розв’язування задач з параметром.

3. Аналітичні методи розв'язування задач з параметром

3.1. Квадратний тричлен з параметром

В різноманітних розділах математики часто доводиться мати справу з задачами для розв'язання яких потрібно досліджувати квадратний тричлен або квадратне рівняння параметрами. Зрозуміло, що для правильного дослідження квадратного тричлена потрібні знання основних властивостей квадратичної функції $y=ax^2 + bx + c$. Нагадаємо деякі з них:

1. область визначення функції – всі дійсні числа;
2. функція неперервна в області визначення;
3. графіком функції є парабола, вершина якої знаходиться в точці (-b/2a;y(-b/2a)), а вітки напрямлені вгору, якщо a>0 і вниз, якщо a<0;
4. на кожному із проміжків (-∞ ;-в/2а) і (-в.2а;+∞) є монотонною : при а>0 на першому проміжку вона спадає, на другому зростає; при а<0 – навпаки;
5. графік квадратичної функції перетинає вісь **x** не більше ніж в двох точках.

Введемо позначення: m= - b/(2a); $D = b^2 - 4ac$; через x_1 і x_2 позначимо корені відповідного квадратного тричлена. Мають місце слідуючи твердження:

$$1)\ k < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0, \\ ay(k) > 0, \\ m > k; \end{cases}$$

$$2)\ k \le x_1 \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0, \\ ay(k) \ge 0, \\ m \ge k; \end{cases}$$

3) $x_1 \le x_2 < k \Leftrightarrow \begin{cases} D \ge 0, \\ ay(k) > 0, \\ m < k; \end{cases}$

4) $x_1 \le x_2 \le k \Leftrightarrow \begin{cases} D \ge 0, \\ ay(k) \ge 0, \\ m \le k; \end{cases}$

5) $\mathrm{k} < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0, \\ ay(k) > 0, \\ m > k; \end{cases}$

6) $\mathrm{k} \le x_1 \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0, \\ ay(k) \ge 0, \\ m \ge k; \end{cases}$

7) $x_1 < x_2 < k \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0, \\ ay(k) > 0, \\ m < k; \end{cases}$

8) $x_1 < x_2 \le k \Leftrightarrow \begin{cases} D > 0, \\ ay(k) \ge 0, \\ m < k; \end{cases}$

9) $x_1 < k < x_2 \Leftrightarrow ay(k) < 0;$

10) $x_1 \le k \le x_2 \Leftrightarrow ay(k) \le 0;$

$$11)\ (z;t)\subset(x_1;x_2)\Leftrightarrow\begin{cases}ay(z)<0,\\ ay(t)<0;\end{cases}$$

$$12)\ \begin{cases}x_1<z,\\ x_2\in(z;t);\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ay(z)<0,\\ ay(t)>0;\end{cases}$$

$$13)\ \begin{cases}x_2>t,\\ x_1\in(z;t);\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ay(z)>0,\\ ay(t)<0;\end{cases}$$

$$14)\ x_1,x_2\in(z;t)\Leftrightarrow\begin{cases}D\geq 0,\\ m\in(z;t),\\ ay(z)>0,\\ ay(t)>0.\end{cases}$$

Не обов'язково ці твердження запам'ятовувати. Необхідно зрозуміти принцип за якими кожний з них можна отримати і вміти провести необхідні міркування в конкретних задачах.

Приклад 9. При яких значеннях параметра **а** обидва корені рівняння
$ax^2 - 2(2a-1)x + 2 - 3a = .0$ більші 1?

Розв'язання. Для того щоб обидва корені рівняння $ax^2 - 2(2a-1)x + 2 - 3a = .0$ були більше 1, необхідно і достатньо виконання слідуючи умов :
1)$D > 0$; 2) $ay(1) > 0$; 3)$m = (2a-1)/a > 1$. Необхідність умови 1) очевидна. Нерівність 2) означає, що знак $y(x)$ при $x = 1$ співпадає із знаком старшого коефіцієнта. Квадратні тричлени, які задовольняють умовам 1) і 2), мають ту властивість, що всі вони мають два корені і обидва ці корені або менше 1, або більше 1 (рис. 9)

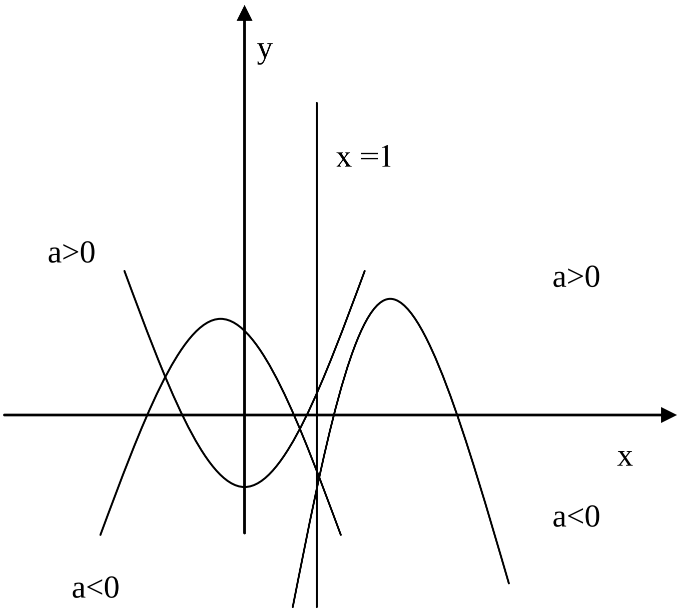

Рис. 9.

Нерівність 3) виділяє із них ті тричлени, у яких обидва корені більше 1.Це означає, що вершина параболи розташована правіше від прямої x=1.

Система нерівностей 1) – 3) дає нам необхідну і достатню умову для того, щоб обидва корені даного рівняння були більші 1. Нерівність 2) дає а) (4-6а) > 0, 0< а <2/3/

Із нерівності 3) слідує, що а < 0 або а > 1. Оскільки нерівності 2) і 3) несумісні , то ні при яких а не виконується умова приклада.

Відповідь: ні при яких.

Приклад 10. При яких значеннях параметра **а** всі розв'язки рівняння $(a-1)x^2 - (a+1)x + a = 0$ задовольняють умову $0 < x < 3$?

Розв'язання. Позначимо $y(x) = (a-1)x^2 - (a+1)x + a$. Необхідною і достатньою умовою для того, щоб $y(x)$, при $a \neq 0$ мав свої корені всередині відрізка [0;3], буде виконання системи нерівностей:

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ (a-1)y(0)>0, \\ (a-1)y(3)>0, \\ 0<(a+1)/(2(a-1). \end{cases}$$

Друга і третя нерівності виконуються при $a > 12/7$ або $a < 0$. Розв'яжемо четверту нерівність системи: $0 < (a+1)/(2(a-1)) < 3$, будемо мати $a>7/5$ або $a<-1$. Отже, система другої, третьої і четвертої нерівності мають розв'язок $a > 12/7$ або $a < -1$.

Умова $D \geq 0$ дає нам $-3a^2 + 6a + 1 \geq 0$, звідки $(3-2\sqrt{3})/3 \leq a \leq (3+2\sqrt{3})/3$, а оскільки $a>12/7$ або $a<-1$, то $12/7<a\leq(3+2\sqrt{3})/3$. Окремо розглядається випадок $a=1$.

Відповідь: $12/7<a\leq(3+2\sqrt{3})/3$, $a=1$.

Приклад 11. Знайти всі значення параметра **а,** при яких рівняння $x^2 -(2a-1)x + a =0$ і $(a+1) x^2 - ax - 1=0$ мають хоча б один спільний корінь.

Розв'язання. Розв'язування базується на такій ідеї: якщо два рівняння $y_1(x) =0$ і $y_2(x) =0$ мають спільний корінь

x_0, то при довільних k_1 і k_2 рівняння $k_1y_1(x) + k_2 y_2(x) = 0$ має той же корінь x_0.

Візьмемо спочатку k_1 і k_2 так, щоб в комбінації зник вільний член: $k_1 =1$, $k_2 =a$. Після скорочення на x, оскільки очевидно, що $x_0 \neq 0$, отримаємо рівняння $(a^2 +a +1)x -(a^2 +2a -1) = 0$.

Потім візьмемо k_1 і k_2 так, щоб зник член з x^2: : $k_1 = a+1$, $k_2 =-1$, отримаємо рівняння $(2a^2 - 1)x -(a^2 + a +1) = 0$.

Оскільки x повинно задовольняти обом отриманим лінійним рівнянням, для a повинно виконуватись співвідношення: $(a^2 +a +1)^2 =(a^2 +2a -1)(2a^2 -1)$.

Далі отримаємо $a^4 + 2a^3 -6a^2 -4a = 0$. Ліва частина рівняння розкладається на множники: $a(a-2)(a^2 +4a+2)$.

Розв'язуючи це рівняння отримаємо: $a_1=0$, ; $a_2=2$; $a_3=-2-\sqrt{2}$; $a_4=-2+\sqrt{2}$.

Відповідь: $a_1=0$, ; $a_2=2$; $a_3=-2-\sqrt{2}$; $a_4=-2+\sqrt{2}$.

Приклад 12. Розв'язати рівняння $\sqrt{3x-2} = x + a$.

Розв'язання. Позначимо $y = \sqrt{3x-2}$, тоді $x = (y^2 + 2)/3$, $y\geq 0$. Для y отримаємо рівняння: $y^2 - 3y + 3a + 2=0$, яке потрібно розв'язати при умові $y\geq 0$. Невід'ємність дискримінанта дає нам нерівність $a \leq 1/12$. Якщо y_1 і y_2, ($y_1 \leq y_2$)– корені рівняння, то за теоремою Вієта $y_1 + y_2 =3$, $y_1y_2 =3a+2$. Отже, обидва корені не можуть бути від'ємними. При $a=1/12$ отримаємо один розв'язок: $y=3/2$; при $-2/3 \leq a<1/12$ – два розв'язки:

$y_1 = (3-\sqrt{1-12a})/2, y_2 = (3+\sqrt{1-12a})/2$; при $a < -2/3$ – один розв'язок $y_1 = (3-\sqrt{1-12a})$.

Повертаючись до невідомого x, отримаємо:

Відповідь: якщо а < -2/3, то $x = (3 - 2a + \sqrt{1 - 12a})/2$;
якщо –2/3 ≤а<1/12, то

$x_1 = (3 - 2a + \sqrt{1 - 12a})/2, x_2 = (3 - 2a + \sqrt{1 - 12a})/2$;

якщо а = 1/12, то x=17/12;якщо а>1/12, то розв'язків немає.

Можна продовжувати розглядати і інші приклади рівнянь та нерівностей де використовуються властивості квадратного тричлена, Однак зупинимось на деяких специфічних методах розв'язування задач з параметром.

3.2. Використання монотонності і екстремальних властивостей функції

Приклад 13. Знайти всі значення параметра **а,** при яких існує єдине значення х, при якому виконується нерівність

$$-\log_{1/a}(\sqrt{x^2 + ax + 5} + 1)\log_5(x^2 + ax + 6) + \log_a 3 \geq 0.$$

Розв'язання . Позначимо $\sqrt{x^2 + ax + 5 = y}$ $(y \geq 0)$ і перейдемо до основи 5. Отримаємо:

$$\frac{-\log_5(y+1)\log_5(y^2+1) + \log_5 3}{\log_5 a} \geq 0.$$

Неважко зрозуміти, що функція f(y)= $\log_5(y + 1)\log_5(y^2+1)+\log_5 3$ є монотонно спадною. Крім того, безпосередньою перевіркою можна встановити, що при y=2 значення функції дорівнює нулю.

Якщо 0<a<1, то розв'язком нерівності відносно у буде y≥2, а отже, початкова нерівність має безліч розв'язків, якщо а>1 то розв'язком відносно у буде 0≤y≤2.

Повертаючись до змінної **x**, будемо мати $0 \le x^2+ax+5 \le 4$. Для того щоб існувало єдине значення **x**, яке задовольняє останнім нерівностям, необхідно і достатньо, щоб найменше значення квадратного тричлена x^2+ax+5 дорівнювало б 4, тобто $5 - a^2/4 = 4 \Rightarrow a = 2$.
Відповідь: a=2.

Приклад 14. Знайти всі значення параметра **a**, при яких існує єдина пара(x;y),яка задовольняє рівняння $2^{0,5a+1}x^2 - x^4 = y^2 - 2\sqrt{ay} + 6.$

Розв'язання. Помічаємо, що функція $y = 2^{0,5a+1}x^2 - x^4$ обмежена зверху, найбільше значення дорівнює 2^a, а функція $y = y^2 - 2\sqrt{ay} + 6$ обмежена знизу, найменше значення дорівнює 6-a. Зрозуміло, що для існування єдиної пари (x;y), яка задовольняє даному рівнянню, необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність $2^a = 6-a$, звідки a = 2.

Відповідь: a=2.

3.3. Симетрія

Приклад 15. Знайти всі значення **a** і **b**, при яких система
$$\begin{cases} |(x^y - 1)/(x^y + 1)| = a, \\ x^2 + y^2 = b. \end{cases}$$
має тільки один розв'язок (x;y), x >0.

Розв'язання. Можна помітити, що якщо пара $(x_0;y_0)$ задовольняє систему, то і пара
$(x_0;-y_0)$ також їй задовольняє. Отже, якщо система має єдиний розв'язок, то $y_0 = 0$ і a=0.

Отримаємо систему $\begin{cases} x^y = 1, \\ x^2 + y^2 = b. \end{cases}$

Зрозуміло, що b>0. Із першого рівняння отримаємо y=0 або x=1. В першому випадку із другого рівняння знайдемо $x=\sqrt{b}$, маємо розв'язок $(\sqrt{b};0)$, другий випадок (x=1): із другого рівняння $y^2 = b-1$.

Якщо b>1, маємо ще два розв'язки: x=1, $y=\pm\sqrt{b-1}$, якщо b<1, то більше розв'язків немає, при b=1 отримаємо ту ж пару:x=1, y=0.

Відповідь: a= 0, $0 < b \leq 1$.

Приклад 16.При яких значеннях параметра **a** система

$$\begin{cases} x^2 - (2a+1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a+1)y + a^2 - 3 = x. \end{cases}$$

має єдиний розв'язок ?

Розв'язання. Можна помітити , що якщо розв'язком системи є пара (m;n), то і пара (n;m) є розв'язком цієї ж системи. Отже, повинна виконуватись умова x=y.

Приходимо до рівнянь:
$x^2 - (2a+1)x + a^2 - 3 = x$, $x^2 - (2a+1)x + a^2 - 3 = x$,
які повинні мати єдиний корінь. Таким чином $D/4 = (a+1)^2 - (a^2 - 3) = 2a+4 = 0$, a=-2.

Нехай тепер a=-2, маємо систему:

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 1 = y, \\ y^2 + 3y + 1 = x. \end{cases}$$

Віднімаючи друге рівняння від першого, отримаємо: (x-y)(x+y+4)=0. Можливі два випадки: x = y= -1; 2) x + y + 4=0, y= -x – 4.

Замінюючи y в першому рівнянні, отримаємо x^2 + 4x + 5 = 0. Це рівняння не має розв'язку.

Відповідь: a= - 2

В обох розглянутих прикладах потрібно було визначити значення параметра, при яких система рівнянь має єдиний розв'язок. Використовуючи особливості системи, по одному розв'язку ми знаходимо інший, потім прирівнюємо їх, в результаті отримаємо той вид, який повинен мати розв'язок системи, якщо цей розв'язок єдиний.

3.4.Від загального до окремого і навпаки

Цей метод корисний в тому випадку, коли деяке твердження повинно виконуватись при довільному значенню параметра або змінної.

Приклад 17. Знайти всі значення **x,** при яких рівність

$$2\log_{2+a^2}(4-\sqrt{7+2x}) = \log_{2+a^2x^2}(4-3x)$$

виконується при довільному значенні параметра **a**.

Розв'язання. Візьмемо a=0, отримаємо рівняння: $2\log_2(4-\sqrt{7+2x}) = \log_2(4-3x)$

Розв'язуючи це рівняння, отримаємо: x= 1 і x= -87/25.

Таким чином, шукані значення **x** знаходяться серед знайдених. Перевіримо їх. Якщо x=1, то будемо мати

$2\log_{2+a^2}1 = \log_{2+a^2}1$, 0=0, тобто x=1 задовольняє рівнянню при довільному **a.**

Безпосередньою перевіркою встановлюємо, що x= -87/25 не задовольняє умову задачі.

Відповідь: x =1.

Література

1. И. Ф. Шаригін Факультативний курс по математике 10, 11 кл. Москва “Просвещение”,1989
2. В. А. Вишенський, М. О Перестюк, А. М. Самойленко Конкурсні задачі з математики Київ “Вища школа” 2001
3. М. І. Шкіль, З. І. Слєпкань, О. С. Дубинчук Алгебра і початки аналізу 10-11 кл.
Київ “Зодіак – Еко” 1998